Série N^{o}1

Exercice 1

Soient les deux formules suivantes

$$A = (\neg(p \wedge q) \rightarrow r) \rightarrow (\neg(p \wedge q) \vee r)$$
$$B = (\neg p \wedge p) \rightarrow ((p \vee r) \wedge s \wedge m)$$

Pour chacune des formules :

1. Dessiner l'arbre syntaxique.
2. Donner toutes les sous-formules.
3. Dites si elle est valide, satisfiable, ou insatisfiable ?
4. Soit E={A,B}, E est-t-il satisfiable ?
5. Réécrire en forme normale conjonctive.

Exercice 2

1. Soit p désignant la proposition « l'enfant sait lire » et q désignant la proposition « l'enfant sait écrire ». Donner la traduction dans le langage courant des propositions suivantes : (1) $p \wedge q$; (2) $p \wedge (\neg q)$; (3) $(q \rightarrow p)$; (4) $(\neg p) \wedge (\neg q)$; (5) $(\neg p) \vee (\neg q)$

Exercice 3

En associant les énoncés élémentaires « Mohamed est étudiant », « Omar est étudiant »,« Ali est étudiant » aux propositions p, q, r, respectivement ; associer à chacun des énoncés suivants la formule propositionnelle qui semble lui correspondre sémantiquement :

1. Mohamed et Omar sont étudiants.
2. Mohamed ou Omar est étudiant.
3. Exactement un seul parmi Mohamed et Omar est étudiant.
4. Ni Mohamed ni Ali ne sont étudiants.
5. Au moins l'un des trois n'est pas étudiant.
6. Un seul parmi les trois n'est pas étudiant.
7. Seulement deux, parmi les trois, sont étudiants.
8. Si Mohamed est étudiant, Omar l'est.
9. Si Mohamed est étudiant, Omar l'est ; sinon Omar ne l'est pas.
10. Mohamed est étudiant à condition que Ali le soit.
11. Que Ali soit étudiant est une condition nécessaire pour que Mohamed le soit.
12. Que Ali soit étudiant est une condition suffisante pour que Mohamed le soit.
13. Que Ali soit étudiant est une condition nécessaire et suffisante pour que Mohamed le soit.
14. Mohamed n'est étudiant que si exactement l'un des deux autres l'est.
15. Si Mohamed est étudiant alors au moins l'un des deux autres ne l'est pas.

Exercice 4

Pour chacune des formules suivantes, (a) $\neg(p \vee q) \vee \neg(p \wedge q)$; (b) $(p \rightarrow (q \rightarrow r)) \rightarrow ((p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow r))$; (c) $(p \wedge q) \vee (\neg(p \wedge r) \vee q \rightarrow r)$; (d) $(x \vee y \vee z) \leftrightarrow x \vee (((u \vee x) \rightarrow u) \leftrightarrow (y \vee z))$.

1. construire sa table de vérité ;
2. indiquer si c'est valide, insataisfiable ou satisfiable :

3. Réécrire en forme normale conjonctive

Exercice 5

Soient les variables propositionnelles p =« il fait beau », q =« j'ai du temps libre » et r =« je me promène ».

1. Représenter les énoncés suivants en logique propositionnelle
   (a) je ne me promène que s'il fait beau et j'ai du temps libre.
   (b) S'il ne fait pas beau, je ne me promène pas.
   (c) pour que je me promène il faut et il suffit qu'il fasse beau et que j'aie du temps libre.
2. Trouver deux conséquences logiques $x \models y$ où x et y sont parmi les propositions (a)..(c).