

Exercice 1 : (14pts)

1. $((a \wedge b) \wedge c) \rightarrow a$ 2pts
2. $(a \wedge b) \rightarrow (c \rightarrow ((a \wedge d) \rightarrow e))$ 2pts
1. $a \rightarrow ((b \vee a) \rightarrow ((b \wedge c) \leftrightarrow \neg c))$ 4pts

$X = a \Rightarrow ((b \vee a) \Rightarrow ((b \wedge c) \Leftrightarrow \neg c))$			
↑↓	↑↓	↑↓	↑↓
a	b	c	X
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	0

2. $(b \rightarrow (\neg a \rightarrow \neg b)) \rightarrow (b \rightarrow a)$

$(b \rightarrow (\neg a \rightarrow \neg b)), b \vdash a$ 1pts

- I. $(b \rightarrow (\neg a \rightarrow \neg b))$ hyp
- II. b hyp
- III. $(\neg a \rightarrow \neg b) \rightarrow (b \rightarrow a)$ th
- IV. $b \rightarrow (b \rightarrow a)$ th(I,III)
- V. $(b \rightarrow a)$ mp(II,IV) 3pts

3. $((a \vee b) \rightarrow (b \vee a)) \rightarrow (a \rightarrow (b \rightarrow c))$

$((a \vee b) \rightarrow (b \vee a)), a, b \vdash c$ 1pts

Pour $(a,b,c)=(1,1,0)$, 3 n'est pas valide donc elle n'est pas prouvable. 1pts

Exercice 2 : (6pts)

« a Le ciel est beau et si je m'écoutais b je mettrais ma veste et je sortirais c mais ce n'est pas possible car j'ai du travail e ».

$e \rightarrow (a \wedge \neg (b \rightarrow (c \wedge d)))$ 3pts

$\forall x \forall y ((E(x) \wedge E(y) \wedge P(x,y)) \leftrightarrow ((x = 1) \vee (y = 1) \vee ((x = 0) \wedge (y = 1)) \vee ((x = 1) \wedge (y = 0)) \vee ((x \neq 0) \wedge (x \neq 1) \wedge (y \neq 0) \wedge (y \neq 1) \wedge (\forall z ((E(z) \wedge D(x,z) \wedge D(y,z)) \rightarrow (z = 1))))))$

$E(x)$: x est un nombre entier, $P(x,y)$: x et y sont premiers entre eux, $D(x,y)$: y est un diviseur de x
3pts